تجربة رقم (٨)

- **الغرض**

حساب النسبة المئوية من الفيض الكلى في المدى من λ_1 إلى λ_2 (حيث λ الطول الموحى) الذي يصل لسطح الأرض من نجم درجة حرارتة T يشع كما لو كان جسم أسود

- **أساسيات**

وجد علماء الفيزياء أن شدة إشعاع جسم عند درجة حرارة T تختلف باختلاف الطول الموحى λ التي يقاس عندها ذلك الإشعاع وعلاقة شدة الإشعاع مع الطول الموحى اكتشفها عالم الفيزياء الشهير ماكس بلانك Max Planck حينما تقدم بنظرية الكم ومنها استنبط القانون الأتي لشدة الإشعاع:

$$B_\lambda = 2hc^2\lambda^{-5}(\mathrm{Exp}(hc/\lambda ET)-1)^{-1} \qquad (S1.1)$$

حيث

- B_λ شدة الإشعاع عند الطول الموحى λ
- T, c, k, h هم على الترتيب : ثابت بلانك وثابت بولبزمان و سرعة الضوء و درجة الحرارة المطلقة

تعطى قيم دالة بلانك وكذلك قيم :

$$B_{0-\lambda} = \int_0^{\lambda} B_\lambda \, d\lambda \qquad (S1.2)$$

$$B_{0-\infty} = \int_0^{\infty} B_\lambda \, d\lambda \qquad (S1.3)$$

في جداول خاصة على سبيل المثال جدول S1.1 المُعطى في الملحق

لحساب النسبة المئوية A من الفيض الكلى في المدى من λ_1 إلى λ_2 الذي يصل لسطح الأرض من نجم درجة حرارتة **T** درجة مطلقة ويشع كما لو كان جسم أسود علينا أن نحسب الكمية:

$$A = \left(\frac{B_{0-\lambda_2} - B_{0-\lambda_1}}{B_{0-\infty}} \right) \times 100 \qquad \text{(S1.4)}$$

يمكن كتابة المعادلة (S1.4) على الصورة :

$$A = (Q_2 - Q_1) \times 100 \qquad \text{(S1.5)}$$

حيث

$$Q_i = \left(\frac{B_{0-\lambda_i}}{B_{0-\infty}} \right)_{\lambda_i T} \quad i = 1,2 \qquad \text{(S1.6)}$$

تحسب الكميات Q_i; i = 1,2 من الجداول (أو من التكملات(S1.2), (S1.3)), ويجب ملاحظة أن في حالة استخدام الجد وال ، ربما يستدعى الأمرفى بعض الأحيان استخدام الاستكمال من الداخل بين بيانات الجد وال

قبل البدء يجدر الإشارة إلى أن النظام الحسابي التالي صمم على اسا س :

(أ)استخدام الجد وال العددية التي تعطى قيم $B_{0-\lambda}/B_{0-\infty}$

(ب) استخدام الاستكمال من الداخل (إذا لازم الأمر) بين بيانات الجد وال. وللدقة التي يتطلبها النظام الحساب يكفى ان يستخدم الاستكمال الخطى

●المدخلات

λ_1(in cm.); λ_2(in cm.) ; T(inK.)

● المخرجات

النسبة المئوية A

● مصادر حسابية و(أو) بيانية

جدول S1.1 لدالة بلانك المُعطى في الملحق

● الخطوات الحسابية

١- ضع $i = 1$

٢- احسب $x_i = \lambda_i T$

٣-إذا كانت x_i أحدى القيم الموجودة في العمود (أو الأعمدة) الذي يمثل λT اذهب إلى الخطوة ٨

٤- احصر x_i بين قيمتين y_i, z_i في العمود (أو الأعمدة) الذي يمثل λT ولتكن قيمتي **Q** في العمود (أو الأعمدة) الذي يمثل $B_{0-\lambda}/B_{0-\infty}$ هما على الترتيب Y_i, Z_i

٥- احسب عامل الاستكمال n من :

$$n = \frac{x_i - y_i}{z_i - y_i}$$

٦- احسب

$$Q_i = Y_i + n\,(Z_i - Y_i)$$

٧-اذهب الخطوة ٩

٨- اقرء قيمة Q_i المقابلة لقيمة x_i لقيمة من الجدول مباشراً

٩- إذا كانت $i = 2$ اذهب للخطوة ١٢

١٠- ضع $i = i + 1$

١١-اذهب للخطوة ٢

١٢- احسب A من : $A = (Q_2 - Q_1) \times 100$

١٣- انتهت الخطوات الحسابية

- **مثال**

اعتبر الإشعاع النجمى كما لوكأن إشعاع جسم أسود (يتبع قانون بلانك) وأن جو الأرض كامل الشفافية في المدى من $\lambda_1 = 3300A^0$ إلى $\lambda_2 = 9000A^0$ وكامل العتمة فيما عدا تلك المدى .أحسب النسبة المئوية من الفيض الكلى في المدى من λ_1 إلى λ_2 الذي يصل لسطح الأرض من النجوم الآتية:

(أ) نجم درجة حرارتة $2000^0 k$

(ب) نجم درجة حرارتة $6000^0 k$

- **الحل**

(أ) بتطبيق الخطوات الحسابية للنظام الحسايى S1 لدرجة الحرارة $T = 2000^0 K$ و $\lambda_1 = 3.3\times10^{-5} cm$

و $\lambda_2 = 9\times10^{-5} cm$ نجد أن :

♦ $x_1 = \lambda_1 T = 3.3\times10^{-5}\times2000 = 0.066cm$

♦ من الجدول S1.1 نجد أن قيمة $Q_1 = \frac{B_{0-3300}}{B_{0-\infty}}\Big|_{x_1=0.066}$ تساوى صفر أ

♦ $x_2 = \lambda_2 T = 9\times10^{-5}\times2000 = 0.18cm$

♦ من الجدول 4.2 نجد أن قيمة $Q_1 = \frac{B_{0-9000}}{B_{0-\infty}}\Big|_{x_2=0.18}$ تساوى 0.0393

♦ وعلية فان :

$$A = (0.0393 - 0)\times100 = 3.93\% \approx 4\%$$

وهذا يعنى أن إذا كان الغلاف الجوى للأرض كامل الشفافية في المدى من $\lambda_1 = 3300A^0$ إلى $\lambda_2 = 9000A^0$ وكامل العتمة فيما عدا هذا المدى، فان النسبة المئوية للفيض المنبعث والذي يصل لسطح الأرض من نجم درجة حرارتة $2000^0 K$ يشع كما لوكان جسم أسود هي حوالي 4%

(ب) بتطبيق الخطوات الحسابية للنظام الحسايى S1 لدرجة الحرارة $T = 6000^0 K$ و

$\lambda_1 = 3.3\times10^{-5} cm$ و $\lambda_2 = 9\times10^{-5} cm$ نجد أن :

♦ $x_1 = \lambda_1 T = 3.3\times10^{-5}\times6000 = 0.198cm$

هذة القيمة ليست ضمن قيم العمود الأول من الجدول S1.1 فعلية يجب أن نستخدم الاستكمال كما في الخطوات الحسابية للنظام الحسابي فنجد أن:

$y_1 = 0.19$ $z_1 = 0.20$

$Y_1 = 0.0521$ $Z_1 = 0.0667$

وأن عامل الاستكمال n يساوى :

$$n = \frac{0.198 - 0.190}{0.2 - 0.19} = 0.8$$

وأن Q_1 تساوى

$$Q_1 = 0.0521 + 0.8\ (0.0667 - 0.0521) = 0.06378$$

♦ $x_2 = \lambda_2 T = 9 \times 10^{-5} \times 6000 = 0.54\text{cm}$

هذة القيمة ليست ضمن قيم العمود الأول من الجدول S1.1 فعلية يجب أن نستخدم الاستكمال كما في الخطوات الحسابية للنظام الحسابي فنجد أن:

$y_1 = 0.50$ $z_2 = 0.55$

$Y_2 = 0.6337$ $Z_2 = 0.6908$

وأن عامل الاستكمال n يساوى :

$$n = \frac{0.54 - 0.50}{0.55 - 0.50} = 0.8$$

♦ وأخيرا نجد أن :

$$A = (0.6378 - 0.06378) \times 100 = 61.56\% \approx 62\%$$

وهذا يعنى أن إذا كان الغلاف الجوى للأرض كامل الشفافية في المدى من $\lambda_1 = 3300A^0$ إلى $\lambda_2 = 9000A^0$ وكامل العتمة فيما عدا تلك المدى فان النسبة المئوية للفيض المنبعث والذي يصل لسطح الأرض من نجم درجة حرارتة $6000^0 K$ يشع كما لوكان جسم أسود هي حوالي 62%

● تمارين

1- (أ)اعتبر الإشعاع النجمى كما لوكان إشعاع جسم أسود (يبيع قانون بلانك) وأن جو الأرض كامل الشفافية في المدى من $\lambda_1 = 3300A^0$ إلى $\lambda_2 = 9000A^0$ وكامل العتمة فيما عدا تلك المدى .أحسب النسبة المئوية من الفيض الكلى في المدى من λ_1 إلى λ_2 الذي يصل لسطح الأرض من النجوم لهم درجات حرارة 50000^0K (1000^0K) 2000^0K مع القيم العددية للجدول S1.1.

(ب) ارسم العلاقة بين درجات حرارة و النسبة المئوية من الفيض الكلى لهذا المدى من الطول الموجى

2- كرر السؤال ١ لنفس درجات الحرارة **50000^0K (1000^0K) 2000^0K** لكل من :

I- المدى من $\lambda_1 = 2000A^0$ إلى $\lambda_2 = 8000A^0$

II - المدى من $\lambda_1 = 5000A^0$ إلى $\lambda_2 = 12000A^0$

● ملحق

جدول S1.1 : دالة بلانك

λT	$\frac{B_{0-\lambda}}{B_{0-\infty}}$	λT	$\frac{B_{0-\lambda}}{B_{0-\infty}}$
0.01		**0.36**	**0.4033**
0.02		**0.38**	**0.4433**
0.03		**0.40**	**0.4808**

0.04		**0.45**	**0.5643**
0.05		**0.50**	**0.6337**
0.055	**0.00000**	**0.55**	**0.6908**
0.06	**0.00000**	**0.60**	**0.7378**
0.065	**0.00000**	**0.65**	**0.7763**
0.07	**0.00000**	**0.70**	**0.8080**
0.075	**0.00000**	**0.80**	**0.8562**
0.08	**0.00000**	**0.90**	**0.8900**
0.085	**0.00000**	**1.0**	**0.9141**
0.09	**0.0001**	**1.1**	**0.9318**
0.095	**0.0002**	**1.2**	**0.9450**
0.10	**0.0003**	**1.3**	**0.9550**
0.11	**0.0009**	**1.4**	**0.9628**
0.12	**0.0021**	**1.5**	**0.9689**
0.13	**0.0043**	**1.6**	**0.9737**
0.14	**0.0078**	**1.7**	**0.9776**
0.15	**0.0128**	**1.8**	**0.9808**
0.16	**0.0197**	**1.9**	**0.9834**
0.17	**0.0285**	**2.0**	**0.9855**
0.18	**0.0393**	**2.5**	**0.9921**
0.19	**0.0521**	**3.0**	**0.9953**
0.20	**0.0667**	**3.5**	**0.9969**
0.22	**0.1009**	**4.0**	**0.9979**
0.24	**0.1402**	**5.0**	**0.9989**
0.26	**0.1831**	**6.0**	**0.9993**
0.28	**0.2279**	**7.0**	**0.9996**
0.30	**0.2732**	**8.0**	**0.9997**
0.32	**0.3181**	**9.0**	**0.9998**
0.34	**0.3617**	**10.0**	**0.9998**